

\$SPAD/input schaum34.input

Timothy Daly

June 15, 2008

Contents

| | | | |
|----|------------|---------------------------------------|----|
| 1 | [1]:14.646 | $\int \sinh^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 3 |
| 2 | [1]:14.647 | $\int x \sinh^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 5 |
| 3 | [1]:14.648 | $\int x^2 \sinh^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 8 |
| 4 | [1]:14.649 | $\int \frac{\sinh^{-1}(x/a)}{x} dx$ | 10 |
| 5 | [1]:14.650 | $\int \frac{\sinh^{-1}(x/a)}{x^2} dx$ | 11 |
| 6 | [1]:14.651 | $\int \cosh^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 14 |
| 7 | [1]:14.652 | $\int x \cosh^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 17 |
| 8 | [1]:14.653 | $\int x^2 \cosh^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 21 |
| 9 | [1]:14.654 | $\int \frac{\cosh^{-1}(x/a)}{x} dx$ | 24 |
| 10 | [1]:14.655 | $\int \frac{\cosh^{-1}(x/a)}{x^2} dx$ | 25 |
| 11 | [1]:14.656 | $\int \tanh^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 27 |
| 12 | [1]:14.657 | $\int x * \tanh^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 29 |
| 13 | [1]:14.658 | $\int x^2 \tanh^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 31 |
| 14 | [1]:14.659 | $\int \frac{\tanh^{-1}(x/a)}{a} dx$ | 33 |
| 15 | [1]:14.660 | $\int \frac{\tanh^{-1}(x/a)}{x^2} dx$ | 34 |
| 16 | [1]:14.661 | $\int \coth^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 36 |

| | | |
|---------------|--|----|
| 17 [1]:14.662 | $\int x \coth^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 38 |
| 18 [1]:14.663 | $\int x^2 \coth^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 40 |
| 19 [1]:14.664 | $\int \frac{\coth^{-1}(x/a)}{x} dx$ | 41 |
| 20 [1]:14.665 | $\int \frac{\coth^{-1}(x/a)}{x^2} dx$ | 42 |
| 21 [1]:14.666 | $\int \operatorname{sech}^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 44 |
| 22 [1]:14.667 | $\int x \operatorname{sech}^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 52 |
| 23 [1]:14.668 | $\int \frac{\operatorname{sech}^{-1}(x/a)}{x} dx$ | 55 |
| 24 [1]:14.669 | $\int \operatorname{csch}^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 56 |
| 25 [1]:14.670 | $\int x \operatorname{csch}^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 58 |
| 26 [1]:14.671 | $\int \frac{\operatorname{csch}^{-1}(x/a)}{x} dx$ | 60 |
| 27 [1]:14.672 | $\int x^m \sinh^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 61 |
| 28 [1]:14.673 | $\int x^m \cosh^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 61 |
| 29 [1]:14.674 | $\int x^m \tanh^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 62 |
| 30 [1]:14.675 | $\int x^m \coth^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 62 |
| 31 [1]:14.676 | $\int x^m \operatorname{sech}^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 63 |
| 32 [1]:14.677 | $\int x^m \operatorname{csch}^{-1} \frac{x}{a} dx$ | 63 |

1 [1]:14.646 $\int \sinh^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int \sinh^{-1} \frac{x}{a} = x \sinh^{-1} \frac{x}{a} - \sqrt{x^2 + a^2}$$

```

(*)≡
)spool schaum34.output
)set message test on
)set message auto off
)clear all

--S 1
aa:=integrate(asinh(x/a),x)
--R
--R
--R
--R
--R              +-----+
--R              | 2    2
--R              \|x  + a  + x
--R      (x\|x  + a  - x )log(-----) + x\|x  + a  - x  - a
--R                                 a
--R (1) -----
--R
--R              +-----+
--R              | 2    2
--R              \|x  + a  - x
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 2
bb:=x*asinh(x/a)-sqrt(x^2+a^2)
--R
--R
--R              +-----+
--R              | 2    2
--R      (2)  - \|x  + a  + x asinh(-)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 3
cc:=aa-bb
--R
--R
--R              +-----+
--R              | 2    2
--R              \|x  + a  + x
--R      (3)  x log(-----) - x asinh(-)
--R                                 a

```

--R Type: Expression Integer
 --E

--S 4
 asinhlogrule:=rule(asinh(x) == log(x+sqrt(x^2+1)))

--R
 --R
$$(4) \quad \operatorname{asinh}(x) == \log(\sqrt{x^2 + 1} + x)$$

 --R Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
 --E

--S 5
 dd:=asinhlogrule cc

--R
 --R
$$(5) \quad x \log\left(\frac{\sqrt{x^2 + a^2} + x}{a}\right) - x \log\left(\frac{a \sqrt{x^2 + a^2} + x}{a}\right)$$

 --R Type: Expression Integer
 --E

--S 6
 ee:=expandLog dd

--R
 --R
$$(6) \quad x \log(\sqrt{x^2 + a^2} + x) - x \log(a \sqrt{x^2 + a^2} + x)$$

 --R Type: Expression Integer
 --E

--S 7 14:646 Schaums and Axiom agree
 ff:=rootSimp ee

--R
 --R (7) 0
 --R Type: Expression Integer
 --E

2 [1]:14.647 $\int x \sinh^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int x \sinh^{-1} \frac{x}{a} = \left(\frac{x^2}{2} + \frac{a^2}{4} \right) \sinh^{-1} \frac{x}{a} - \frac{x\sqrt{x^2 + a^2}}{4}$$

```

(*)+=
)clear all

--S 8
aa:=integrate(x*asinh(x/a),x)
--R
--R
--R (1)
--R
--R                                     +-----+
--R                                     | 2  2
--R          3      2 | 2  2      4      2 2      4      \|x  + a  + x
--R      ((4x  + 2a x)\|x  + a  - 4x  - 4a x  - a )log(-----)
--R                                                         a
--R
--R      +
--R          +-----+
--R          | 2  2      4      2 2
--R      (2x  + a x)\|x  + a  - 2x  - 2a x
--R
--R      /
--R          +-----+
--R          | 2  2      2      2
--R      8x\|x  + a  - 8x  - 4a
--R
--R                                                     Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 9
bb:=(x^2/2+a^2/4)*asinh(x/a)-(x*sqrt(x^2+a^2))/4
--R
--R
--R          +-----+
--R          | 2  2      2      2      x
--R      - x\|x  + a  + (2x  + a )asinh(-)
--R                                                         a
--R (2) -----
--R                                     4
--R
--R                                                     Type: Expression Integer
--E

--S 10
cc:=aa-bb
--R
--R
--R          +-----+

```

```

--R
--R      | 2  2
--R      2  2  \|x + a + x      2  2      x
--R      (2x + a )log(-----) + (- 2x - a )asinh(-)
--R      a
--R (3) -----
--R      4
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 11
asinhlogrule:=rule(asinh(x) == log(x+sqrt(x^2+1)))
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R (4) asinh(x) == log(\|x + 1 + x)
--R
--R                                          Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 12
dd:=asinhlogrule cc
--R
--R
--R      +-----+
--R      | 2  2
--R      |x + a
--R      a |-----+ x
--R      | 2
--R      2  2  \|x + a + x      2  2      \| a
--R      (2x + a )log(-----) + (- 2x - a )log(-----)
--R      a
--R (5) -----
--R      4
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 13
ee:=expandLog dd
--R
--R
--R      +-----+
--R      | 2  2
--R      |x + a
--R      2  2  \|x + a + x      2  2      a |-----+ x
--R      (2x + a )log(\|x + a + x) + (- 2x - a )log(a |-----)
--R      | 2
--R      \| a
--R (6) -----
--R      4
--R
--R                                          Type: Expression Integer

```

--E

--S 14 14:647 Schaums and Axiom agree

ff:=rootSimp ee

--R

--R (7) 0

--R

Type: Expression Integer

--E

3 [1]:14.648 $\int x^2 \sinh^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int x^2 \sinh^{-1} \frac{x}{a} = \frac{x^3}{3} \sinh^{-1} \frac{x}{a} + \frac{(2a^2 - x^2)\sqrt{x^2 + a^2}}{9}$$

```

(*)+=
)clear all

--S 15
aa:=integrate(x^2*asinh(x/a),x)
--R 
--R 
--R (1)
--R 
--R          +-----+
--R          | 2 2
--R          \|x + a  + x
--R          5      2 3 | 2 2      6      2 4      log(-----)
--R          ((12x + 3a x )\|x + a  - 12x - 9a x )
--R          +-----+
--R          +
--R          +-----+
--R          | 2 2      6      2 4      4 2      6
--R          (4x - 5a x - 6a x)\|x + a  - 4x + 3a x + 9a x + 2a
--R /
--R          +-----+
--R          | 2 2      3      2
--R          (36x + 9a )\|x + a  - 36x - 27a x
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 16
bb:=x^3/3*asinh(x/a)+((2*a^2-x^2)*sqrt(x^2+a^2))/9
--R 
--R 
--R          +-----+
--R          | 2 2      3      x
--R          (- x + 2a )\|x + a  + 3x asinh(-)
--R          a
--R (2) -----
--R          9
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 17
cc:=aa-bb
--R 
--R          +-----+

```

```

--R
--R      | 2  2
--R      3  \|x + a  + x      3  x
--R      x log(-----) - x asinh(-)
--R              a              a
--R (3) -----
--R              3
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 18
asinhlogrule:=rule(asinh(x) == log(x+sqrt(x^2+1)))
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R (4) asinh(x) == log(\|x + 1 + x)
--R                                          Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 19
dd:=asinhlogrule cc
--R
--R      +-----+
--R      | 2  2
--R      |x + a
--R      a |-----+ x
--R      | 2
--R      3  \|x + a  + x      3  \| a
--R      x log(-----) - x log(-----)
--R              a              a
--R (5) -----
--R              3
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 20
ee:=expandLog dd
--R
--R      +-----+
--R      | 2  2
--R      3  \|x + a  + x      3  |x + a
--R      x log(\|x + a  + x) - x log(a |-----+ x)
--R                                  | 2
--R                                  \| a
--R (6) -----
--R                                  3
--R
--R                                          Type: Expression Integer

```

--E

--S 21 14:648 Schaums and Axiom agree

ff:=rootSimp ee

--R

--R (7) 0

--R

Type: Expression Integer

--E

4 [1]:14.649 $\int \frac{\sinh^{-1}(x/a)}{x} dx$

$$\int \frac{\sinh^{-1}(x/a)}{x} = \begin{cases} \frac{x}{a} - \frac{(x/a)^3}{2 \cdot 3 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 3(x/a)^5}{2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5(x/a)^7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 7} + \dots & |x| < a \\ \frac{\ln^2(2x/a)}{2} - \frac{(a/x)^2}{2 \cdot 2 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 3(a/x)^4}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5(a/x)^6}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6} + \dots & x > a \\ -\frac{\ln^2(-2x/a)}{2} + \frac{(a/x)^2}{2 \cdot 2 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 3(a/x)^4}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5(a/x)^6}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6} - \dots & x < -a \end{cases}$$

<*)+≡

)clear all

--S 22 14:649 Axiom cannot compute this integral

aa:=integrate(asinh(x/a)/x,x)

--R

--R

--I

--R x asinh(--)

--R ++ a

--I (1) | ----- d%P

--I ++ %P

--R

Type: Union(Expression Integer,...)

--E

5 [1]:14.650 $\int \frac{\sinh^{-1}(x/a)}{x^2} dx$

$$\int \frac{\sinh^{-1}(x/a)}{x^2} = -\frac{\sinh^{-1}(x/a)}{x} - \frac{1}{a} \ln\left(\frac{a + \sqrt{x^2 + a^2}}{x}\right)$$

```

(*)+=
)clear all

--S 23
aa:=integrate(asinh(x/a)/x^2,x)
--R
--R
--R (1)
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2    2          | 2    2
--R      - x log(\|x + a  - x + a) + x log(\|x + a  - x - a)
--R      +
--R          +-----+
--R          | 2    2
--R          \|x + a  + x
--R      - a log(-----)
--R                  a
--R      /
--R      a x
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 24
bb:=-asinh(x/a)/x-1/a*log((a+sqrt(x^2+a^2))/x)
--R
--R
--R          +-----+
--R          | 2    2
--R          \|x + a  + a          x
--R      - x log(-----) - a asinh(-)
--R                  x          a
--R (2) -----
--R                  a x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 25
cc:=aa-bb
--R
--R (3)

```

```

--R          +-----+          +-----+
--R          | 2  2          | 2  2
--R      - x log(\|x + a - x + a) + x log(\|x + a - x - a)
--R      +
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2  2          | 2  2
--R          \|x + a + x      \|x + a + a          x
--R      - a log(-----) + x log(-----) + a asinh(-)
--R                  a                  x                  a
--R      /
--R      a x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 26
asinhlogrule:=rule(asinh(x) == log(x+sqrt(x^2+1)))

```

```

--R
--R          +-----+
--R          | 2
--R      (4) asinh(x) == log(\|x + 1 + x)
--R
--R                                          Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 27
dd:=asinhlogrule cc

```

```

--R
--R      (5)
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2  2          | 2  2
--R      - x log(\|x + a - x + a) + x log(\|x + a - x - a)
--R      +
--R
--R
--R          +-----+          +-----+          +-----+
--R          | 2  2          | 2  2          | 2  2
--R          \|x + a + x      \|x + a + a      a \|x + a + x
--R      - a log(-----) + x log(-----) + a log(-----)
--R                  a                  x                  a
--R      /
--R      a x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 28
ee:=expandLog dd

```

```

--R
--R (6)
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2  2          | 2  2
--R      - a log(\|x  + a  + x) + x log(\|x  + a  + a)
--R    +
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2  2          | 2  2
--R      - x log(\|x  + a  - x + a) + x log(\|x  + a  - x - a)
--R    +
--R          +-----+
--R          | 2  2
--R          |x  + a
--R      a log(a |-----+ + x) - x log(x)
--R          | 2
--R          \| a
--R /
--R a x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 29
ff:=rootSimp ee
--R
--R (7)
--R          +-----+          +-----+          +-----+
--R          | 2  2          | 2  2          | 2  2
--R      log(\|x  + a  + a) - log(\|x  + a  - x + a) + log(\|x  + a  - x - a)
--R    +
--R      - log(x)
--R /
--R a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 30      14:650 Schaums and Axiom differ by a constant
gg:=complexNormalize ff
--R
--R          log(- 1)
--R (8)  - -----
--R          a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

6 [1]:14.651 $\int \cosh^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int \cosh^{-1} \frac{x}{a} = \begin{cases} x \cosh^{-1}(x/a) - \sqrt{x^2 - a^2}, & \cosh^{-1} \frac{x}{a} > 0 \\ x \cosh^{-1}(x/a) + \sqrt{x^2 - a^2}, & \cosh^{-1} \frac{x}{a} < 0 \end{cases}$$

```

(*)+=
)clear all

--S 31
aa:=integrate(acossh(x/a),x)
--R
--R
--R
--R
--R          +-----+
--R          | 2 2      2      \|x - a  + x      +-----+
--R      (x\|x - a  - x )log(-----) + x\|x - a  - x  + a
--R                               a
--R (1) -----
--R
--R          +-----+
--R          | 2 2
--R          \|x - a  - x
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 32
bb1:=x*acossh(x/a)-sqrt(x^2-a^2)
--R
--R
--R          +-----+
--R          | 2 2      x
--R      (2) - \|x - a  + x acossh(-)
--R                               a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 33
bb2:=x*acossh(x/a)+sqrt(x^2-a^2)
--R
--R
--R          +-----+
--R          | 2 2      x
--R      (3) \|x - a  + x acossh(-)
--R                               a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 34
cc1:=aa-bb1
--R
--R          +-----+
--R          | 2    2
--R          \|x  - a  + x      x
--R (4)  x log(-----) - x acosh(-----)
--R                a                a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 35
cc2:=aa-bb2
--R
--R (5)
--R
--R          +-----+          +-----+          +-----+
--R          | 2    2          | 2    2          | 2    2
--R          (x\|x  - a  - x )log(-----) + (- x acosh(-----) + 2x)\|x  - a
--R                                  a                                  a
--R
--R +
--R      2      x      2      2
--R      x acosh(-----) - 2x  + 2a
--R              a
--R
--R /
--R          +-----+
--R          | 2    2
--R          \|x  - a  - x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 36
acoshlogrule:=rule(acosh(x) == log(x+sqrt(x^2-1)))
--R
--R          +-----+
--R          | 2
--R (6)  acosh(x) == log(\|x  - 1  + x)
--R
--R                                          Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 37
dd1:=acoshlogrule cc1
--R
--R
--R          +-----+
--R          | 2    2

```



```

--R
--R
--R      +-----+
--R      | 2    2
--R      \|x  - a  + x
--R      (7) x log(-----) - x log(-----)
--R      a
--R
--R      |x  - a
--R      a |-----+ x
--R      | 2
--R      \| a
--R
--R      Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 38
ee1:=expandLog dd1
--R
--R
--R      +-----+
--R      | 2    2
--R      \|x  - a  + x
--R      (8) x log(\|x  - a  + x) - x log(a |-----+ x)
--R      | 2
--R      \| a
--R
--R      Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 39      14:651 Schaums and Axiom agree
ff1:=rootSimp ee1
--R
--R      (9) 0
--R
--R      Type: Expression Integer
--E

```

7 [1]:14.652 $\int x \cosh^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int x \cosh^{-1} \frac{x}{a} = \begin{cases} \frac{1}{4}(2x^2 - a^2) \cosh^{-1}(x/a) - \frac{1}{4}x\sqrt{x^2 - a^2}, & \cosh^{-1}(x/a) > 0 \\ \frac{1}{4}(2x^2 - a^2) \cosh^{-1}(x/a) + \frac{1}{4}x\sqrt{x^2 - a^2}, & \cosh^{-1}(x/a) < 0 \end{cases}$$

(*)+≡
)clear all

--S 40

aa:=integrate(x*acosh(x/a),x)

--R

--R

--R (1)

--R

--R
$$\frac{((4x^3 - 2ax^2)\sqrt{x^2 - a^2} - 4x^4 + 4a^2x^2 - a^4) \log\left(\frac{\sqrt{x^2 - a^2} + x}{a}\right) + (2x^3 - ax^2)\sqrt{x^2 - a^2} - 2x^4 + 2a^2x^2}{8x\sqrt{x^2 - a^2} - 8x^2 + 4a^2}$$

--R

--R

--R

--R /

--R

--R

--R

Type: Union(Expression Integer,...)

--S 41

bb1:=1/4*(2*x^2-a^2)*acosh(x/a)-1/4*x*sqrt(x^2-a^2)

--R

--R

--R
$$\frac{-x\sqrt{x^2 - a^2} + (2x^2 - a^2)\operatorname{acosh}\left(\frac{x}{a}\right)}{4}$$

--R (2)

--R

--R

--R

Type: Expression Integer

--S 42

bb2:=1/4*(2*x^2-a^2)*acosh(x/a)+1/4*x*sqrt(x^2-a^2)

```

--R
--R      +-----+
--R      | 2 2      2 2      x
--R      x\|x - a  + (2x - a )acosh(-)
--R                                     a
--R (3) -----
--R                                     4
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 43
cc1:=aa-bb1
--R
--R      +-----+
--R      | 2 2
--R      2 2      \|x - a  + x      2 2      x
--R      (2x - a )log(-----) + (- 2x + a )acosh(-)
--R                                     a
--R (4) -----
--R                                     4
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 44
cc2:=aa-bb2
--R
--R (5)
--R
--R      +-----+
--R      | 2 2
--R      3 2      \|x - a  - 4x + 4a x - a )log(-----)
--R                                     a
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      3 2      x      3 2      | 2 2
--R      ((- 4x + 2a x)acosh(-) + 4x - 2a x)\|x - a
--R                                     a
--R
--R      +
--R      4 2 2      4      x      4 2 2
--R      (4x - 4a x + a )acosh(-) - 4x + 4a x
--R                                     a
--R
--R      /
--R      +-----+
--R      | 2 2      2 2
--R      8x\|x - a  - 8x + 4a
--R
--R                                          Type: Expression Integer

```

--E

--S 45

acoshlogrule:=rule(acosh(x) == log(x+sqrt(x^2-1)))

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--S 46

dd1:=acoshlogrule cc1

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--S 47

ee1:=expandLog dd1

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--S 48

14:652 Schaums and Axiom agree

ff1:=rootSimp ee1

--R

--R

--R

--R

--E

8 [1]:14.653 $\int x^2 \cosh^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int x^2 \cosh^{-1} \frac{x}{a} = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3 \cosh^{-1}(x/a) - \frac{1}{9}(x^2 + 2a^2)\sqrt{x^2 - a^2}, & \cosh^{-1}(x/a) > 0 \\ \frac{1}{3}x^3 \cosh^{-1}(x/a) + \frac{1}{9}(x^2 + 2a^2)\sqrt{x^2 - a^2}, & \cosh^{-1}(x/a) < 0 \end{cases}$$

$\langle * \rangle + \equiv$
)clear all

--S 49

aa:=integrate(x^2*acosh(x/a),x)

--R

--R

--R (1)

--R

$$\frac{((12x^5 - 3a^2x^3)\sqrt{x^2 - a^2} - 12x^6 + 9a^2x^4)\log\left(\frac{\sqrt{x^2 - a^2} + x}{a}\right) + (4x^5 + 5a^2x^3 - 6a^2x^4)\sqrt{x^2 - a^2} - 4x^6 - 3a^2x^4 + 9a^2x^4 - 2a^6}{(36x^2 - 9a^2)\sqrt{x^2 - a^2} - 36x^3 + 27a^2x^2}$$

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

Type: Union(Expression Integer,...)

--S 50

bb1:=1/3*x^3*acosh(x/a)-1/9*(x^2+2*a^2)*sqrt(x^2-a^2)

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

Type: Expression Integer

--S 51

bb2:=1/3*x^3*acosh(x/a)+1/9*(x^2+2*a^2)*sqrt(x^2-a^2)

```

--R
--R          +-----+
--R      2 2 | 2 2 3 x
--R      (x + 2a)\|x - a + 3x acosh(-)
--R                                     a
--R (3) -----
--R                                     9
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 52
cc1:=aa-bb1
--R
--R          +-----+
--R          | 2 2
--R      3 \|x - a + x 3 x
--R      x log(-----) - x acosh(-)
--R                a a
--R (4) -----
--R                3
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 53
cc2:=aa-bb2
--R
--R (5)
--R
--R          +-----+
--R          | 2 2
--R      5 2 3 | 2 2 6 2 4 \|x - a + x
--R      ((12x - 3a x)\|x - a - 12x + 9a x)log(-----)
--R                                               a
--R +
--R          +-----+
--R          | 2 2
--R      5 2 3 x 5 2 3 4 | 2 2
--R      ((- 12x + 3a x)acosh(-) + 8x + 10a x - 12a x)\|x - a
--R          a
--R +
--R      6 2 4 x 6 2 4 4 2 6
--R      (12x - 9a x)acosh(-) - 8x - 6a x + 18a x - 4a
--R          a
--R /
--R          +-----+
--R      2 2 | 2 2 3 2
--R      (36x - 9a)\|x - a - 36x + 27a x
--R
--R                                          Type: Expression Integer

```

--E

--S 54

acoshlogrule:=rule(acosh(x) == log(x+sqrt(x^2-1)))

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--S 55

dd1:=acoshlogrule cc1

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--S 56

ee1:=expandLog dd1

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--S 57

14:653 Schaums and Axiom agree

ff1:=rootSimp ee1

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

$$\frac{\sqrt{x^2 - 1} + x}{a}$$

$$(6) \quad \text{acosh}(x) == \log\left(\frac{\sqrt{x^2 - 1} + x}{a}\right)$$

Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)

$$(7) \quad \frac{x^3 \log\left(\frac{\sqrt{x^2 - a^2} + x}{a}\right) - x^3 \log\left(\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a}\right)}{3}$$

Type: Expression Integer

$$(8) \quad \frac{x^3 \log\left(\frac{\sqrt{x^2 - a^2} + x}{a}\right) - x^3 \log\left(a \frac{\sqrt{x^2 - a^2} + x}{a}\right)}{3}$$

Type: Expression Integer

$$(9) \quad 0$$

Type: Expression Integer

--E

9 [1]:14.654 $\int \frac{\cosh^{-1}(x/a)}{x} dx$

$$\int \frac{\cosh^{-1}(x/a)}{x} = \pm \left[\frac{1}{2} \ln^2(2x/a) + \frac{(a/x)^2}{2 \cdot 2 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 3 (a/x)^4}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 (a/x)^6}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6} + \dots \right]$$

+ if $\cosh^{-1}(x/a) > 0$, -if $\cosh^{-1}(x/a) < 0$,

<*)+≡

)clear all

--S 58 14:654 Axiom cannot compute this integral

aa:=integrate(acos(x/a)/x,x)

--R

--R

```

--I          %P
--R      x acosh(--)
--R      ++      a
--I (1) | ----- d%P
--I      ++      %P

```

Type: Union(Expression Integer,...)

--R

--E

10 [1]:14.655 $\int \frac{\cosh^{-1}(x/a)}{x^2} dx$

$$\int \frac{\cosh^{-1}(x/a)}{x^2} = -\frac{\cosh^{-1}(x/a)}{x} \mp \frac{1}{a} \ln \left(\frac{a + \sqrt{x^2 + a^2}}{x} \right)$$

- if $\cosh^{-1}(x/a) > 0$, +if $\cosh^{-1}(x/a) < 0$,

`<*)+=`
`)clear all`

--S 59

aa:=integrate(acosch(x/a)/x^2,x)

--R

--R

$$- a \log\left(\frac{\sqrt{|x^2 - a^2|} + x}{a}\right) + 2x \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{|x^2 - a^2|} - x}{a}\right)$$

(1) $\frac{\dots}{ax}$

--R Type: Union(Expression Integer,...)
 --E

--S 60

bb1:=-acosch(x/a)/x-1/a*log((a+sqrt(x^2+a^2))/x)

--R

$$- x \log\left(\frac{\sqrt{|x^2 + a^2|} + a}{x}\right) - a \operatorname{acosch}\left(\frac{x}{a}\right)$$

(2) $\frac{\dots}{ax}$

--R Type: Expression Integer
 --E

--S 61

bb2:=-acosch(x/a)/x+1/a*log((a+sqrt(x^2+a^2))/x)

--R

$$x \log\left(\frac{\sqrt{|x^2 + a^2|} + a}{x}\right) - a \operatorname{acosch}\left(\frac{x}{a}\right)$$

```

--R
--R      x      a
--R (3) -----
--R      a x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 62
cc1:=aa-bb1
--R
--R (4)
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      | 2  2      | 2  2      | 2  2
--R      \|x + a  + a  \|x - a  + x  \|x - a  - x
--R      x log(-----) - a log(-----) + 2x atan(-----)
--R      x      a      a
--R
--R      +
--R      x
--R      a acosh(-)
--R      a
--R
--R      /
--R      a x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 63      14:655 Axiom cannot simplify these expressions
cc2:=aa-bb2
--R
--R (5)
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      | 2  2      | 2  2      | 2  2
--R      \|x + a  + a  \|x - a  + x  \|x - a  - x
--R      - x log(-----) - a log(-----) + 2x atan(-----)
--R      x      a      a
--R
--R      +
--R      x
--R      a acosh(-)
--R      a
--R
--R      /
--R      a x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

11 [1]:14.656 $\int \tanh^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int \tanh^{-1} \frac{x}{a} = x \tanh^{-1} \frac{x}{a} + \frac{a}{2} \ln(a^2 - x^2)$$

(*)+≡
)clear all

```
--S 64
aa:=integrate(atanh(x/a),x)
--R
--R
--R      2      2      - x - a
--R      a log(x  - a ) + x log(-----)
--R                                 x - a
--R (1) -----
--R                                 2
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E
```

```
--S 65
bb:=x*atanh(x/a)+a/2*log(a^2-x^2)
--R
--R      2      2      x
--R      a log(- x  + a ) + 2x atanh(-)
--R                                 a
--R (2) -----
--R                                 2
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E
```

```
--S 66
cc:=aa-bb
--R
--R      2      2      - x - a      2      2      x
--R      a log(x  - a ) + x log(-----) - a log(- x  + a ) - 2x atanh(-)
--R                                 x - a                                 a
--R (3) -----
--R                                 2
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E
```

```
--S 67
atanhrule:=rule(atanh(x) == 1/2*log((1+x)/(1-x)))
--R
```

```

--R          - x - 1
--R      log(-----)
--R          x - 1
--R (4)  atanh(x) == -----
--R                    2
--R                    Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 68
dd:=atanhrule cc
--R
--R          2      2          2      2
--R      a log(x  - a ) - a log(- x  + a )
--R (5)  -----
--R                    2
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 69      14:656 Schaums and Axiom differ by a constant
ee:=complexNormalize dd
--R
--R      a log(- 1)
--R (6)  -----
--R          2
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

12 [1]:14.657 $\int x * \tanh^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int x * \tanh^{-1} \frac{x}{a} = \frac{ax}{2} + \frac{1}{2}(x^2 - a^2) \tanh^{-1} \frac{x}{a}$$

(*)+≡
)clear all

--S 70

aa:=integrate(x*atanh(x/a),x)

--R

--R

$$\frac{(x^2 - a^2) \log\left(\frac{-x - a}{x - a}\right) + 2ax}{4}$$

(1) -----

--R

Type: Union(Expression Integer,...)

--E

--S 71

bb:=(a*x)/2+1/2*(x^2-a^2)*atanh(x/a)

--R

$$\frac{(x^2 - a^2) \operatorname{atanh}\left(\frac{x}{a}\right) + ax}{2}$$

(2) -----

--R

Type: Expression Integer

--E

--S 72

cc:=aa-bb

--R

$$\frac{(x^2 - a^2) \log\left(\frac{-x - a}{x - a}\right) + (-2x^2 + 2a^2) \operatorname{atanh}\left(\frac{x}{a}\right)}{4}$$

(3) -----

--R

Type: Expression Integer

--E

--S 73

atanhrule:=rule(atanh(x) == 1/2*log((1+x)/(1-x)))

--R

```

--R          - x - 1
--R      log(-----)
--R          x - 1
--R (4)  atanh(x) == -----
--R                    2
--R                    Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 74      14:657 Schaums and Axiom agree

```

```

dd:=atanhrule cc

```

```

--R
--R (5)  0
--R
--R                    Type: Expression Integer
--E

```

13 [1]:14.658 $\int x^2 \tanh^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int x^2 \tanh^{-1} \frac{x}{a} = \frac{ax^2}{6} + \frac{x^3}{3} \tanh^{-1} \frac{x}{a} + \frac{a^3}{6} \ln(a^2 - x^2)$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 75
aa:=integrate(x^2*atanh(x/a),x)
--R
--R
--R      3      2      2      3      - x - a      2
--R      a log(x  - a ) + x log(-----) + a x
--R                                 x - a
--R (1) -----
--R                                 6
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 76
bb:=(a*x^2)/6+x^3/3*atanh(x/a)+a^3/6*log(a^2-x^2)
--R
--R      3      2      2      3      x      2
--R      a log(- x  + a ) + 2x atanh(-) + a x
--R                                 a
--R (2) -----
--R                                 6
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 77
cc:=aa-bb
--R
--R      3      2      2      3      - x - a      3      2      2      3      x
--R      a log(x  - a ) + x log(-----) - a log(- x  + a ) - 2x atanh(-)
--R                                 x - a                                 a
--R (3) -----
--R                                 6
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 78
atanhrule:=rule(atanh(x) == 1/2*log((1+x)/(1-x)))
--R

```



```

--R          - x - 1
--R      log(-----)
--R          x - 1
--R (4)  atanh(x) == -----
--R                    2
--R                    Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 79
dd:=atanhrule cc
--R
--R      3      2      2      3      2      2
--R      a log(x  - a ) - a log(- x  + a )
--R (5)  -----
--R                    6
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 80      14:658 Schaums and Axiom differ by a constant
ee:=complexNormalize dd
--R
--R      3
--R      a log(- 1)
--R (6)  -----
--R          6
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

14 [1]:14.659 $\int \frac{\tanh^{-1}(x/a)}{a} dx$

$$\int \frac{\tanh^{-1}(x/a)}{a} = \frac{x}{a} + \frac{(x/a)^3}{3^2} + \frac{(x/a)^5}{5^2} + \dots$$

```
<*)+=
)clear all
```

```
--S 81      14:659 Axiom cannot compute this integral
```

```
aa:=integrate(atanh(x/a)/x,x)
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--I          %P
--R      x atanh(--)
```

```
--R      ++      a
```

```
--I (1) | ----- d%P
```

```
--I      ++      %P
```

```
--R
```

```
--E
```

```
Type: Union(Expression Integer,...)
```

15 [1]:14.660 $\int \frac{\tanh^{-1}(x/a)}{x^2} dx$

$$\int \frac{\tanh^{-1}(x/a)}{x^2} = -\frac{\tanh^{-1}(x/a)}{x} + \frac{1}{2a} \ln\left(\frac{x^2}{a^2 - x^2}\right)$$

(*)+≡
)clear all

--S 82

aa:=integrate(atanh(x/a)/x^2,x)

--R

--R

$$-x \log(x^2 - a^2) + 2x \log(x) - a \log\left(\frac{-x - a}{x - a}\right)$$

(1) -----

$$2a x$$

--R

Type: Union(Expression Integer,...)

--E

--S 83

bb:=-atanh(x/a)/x+1/(2*a)*log(x^2/(a^2-x^2))

--R

--R

$$x \log\left(-\frac{x^2}{x^2 - a^2}\right) - 2a \operatorname{atanh}\left(\frac{x}{a}\right)$$

(2) -----

$$2a x$$

--R

Type: Expression Integer

--E

--S 84

cc:=aa-bb

--R

--R (3)

--R

$$-x \log(x^2 - a^2) + 2x \log(x) - x \log\left(-\frac{x^2}{x^2 - a^2}\right) - a \log\left(\frac{-x - a}{x - a}\right)$$

--R

--R

$$+ 2a \operatorname{atanh}\left(\frac{x}{a}\right)$$

```

--R          a
--R /
--R 2a x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 85
atanhrule:=rule(atanh(x) == 1/2*log((1+x)/(1-x)))
--R
--R          - x - 1
--R      log(-----)
--R          x - 1
--R (4) atanh(x) == -----
--R                    2
--R                                          Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 86
dd:=atanhrule cc
--R
--R          2
--R          2      2
--R      - log(x  - a ) + 2log(x) - log(- -----)
--R                                          2      2
--R                                          x  - a
--R (5) -----
--R                    2a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 87      14:660 Schaums and Axiom agree
ee:=expandLog dd
--R
--R      log(- 1)
--R (6) -----
--R      2a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

16 [1]:14.661 $\int \coth^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int \coth^{-1} \frac{x}{a} = x \coth^{-1} x + \frac{a}{2} \ln(x^2 - a^2)$$

Note that it appears there is a typo in Schaums (1968 printing 4).

$$\int \coth^{-1} \frac{x}{a} = x \coth^{-1} x/a + \frac{a}{2} \ln(x^2 - a^2)$$

```
(*)+=
)clear all
```

```
--S 88
```

```
aa:=integrate(acoath(x/a),x)
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R      2      2      x + a
--R      a log(x  - a ) + x log(-----)
--R                                  x - a
```

```
--R (1) -----
--R                                  2
```

```
--R
```

```
--E
```

Type: Union(Expression Integer,...)

```
--S 89
```

```
bb:=x*acoath(x/a)+a/2*log(x^2-a^2)
```

```
--R
```

```
--R      2      2      x
--R      a log(x  - a ) + 2x acoth(-)
--R                                  a
```

```
--R (2) -----
--R                                  2
```

```
--R
```

```
--E
```

Type: Expression Integer

```
--S 90
```

```
cc:=aa-bb
```

```
--R
```

```
--R      x + a      x
--R      x log(-----) - 2x acoth(-)
--R      x - a      a
```

```
--R (3) -----
--R                                  2
```

```
--R
```

```
--E
```

Type: Expression Integer

```

--S 91
acothrul:=rule(acoth(x) == 1/2*log((x+1)/(x-1)))
--R
--R          x + 1
--R      log(-----)
--R          x - 1
--R (4)  acoth(x) == -----
--R                    2
--R                                     Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 92      14:661 Schaums and Axiom agree
dd:=acothrul cc
--R
--R (5)  0
--R
--R                                     Type: Expression Integer
--E

```

17 [1]:14.662 $\int x \coth^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int x \coth^{-1} \frac{x}{a} = \frac{ax}{2} + \frac{1}{2}(x^2 - a^2) \coth^{-1} \frac{x}{a}$$

(*)+≡
)clear all

```
--S 93
aa:=integrate(x*acoth(x/a),x)
--R
--R
--R      2      2      x + a
--R      (x  - a )log(-----) + 2a x
--R                      x - a
--R (1) -----
--R                      4
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E
```

```
--S 94
bb:=(a*x)/2+1/2*(x^2-a^2)*acoth(x/a)
--R
--R      2      2      x
--R      (x  - a )acoth(-) + a x
--R                      a
--R (2) -----
--R                      2
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E
```

```
--S 95
cc:=aa-bb
--R
--R      2      2      x + a      2      2      x
--R      (x  - a )log(-----) + (- 2x  + 2a )acoth(-)
--R                      x - a                      a
--R (3) -----
--R                      4
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E
```

```
--S 96
acothrule:=rule(acoth(x) == 1/2*log((x+1)/(x-1)))
--R
```

```

--R          x + 1
--R      log(-----)
--R          x - 1
--R (4)  acoth(x) == -----
--R                    2
--R                                     Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 97      14:662 Schaums and Axiom agree
dd:=acothrule cc

```

```

--R
--R (5)  0
--R
--R                                     Type: Expression Integer
--E

```


18 [1]:14.663 $\int x^2 \coth^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int x^2 \coth^{-1} \frac{x}{a} = \frac{ax^2}{6} + \frac{x^3}{3} \coth^{-1} \frac{x}{a} + \frac{a^3}{6} \ln(x^2 - a^2)$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 98
aa:=integrate(x^2*acoth(x/a),x)
--R
--R
--R      3      2      2      3      x + a      2
--R      a log(x - a ) + x log(-----) + a x
--R                                 x - a
--R (1) -----
--R                                 6
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 99
bb:=(a*x^2)/6+x^3/3*acoth(x/a)+a^3/6*log(x^2-a^2)
--R
--R      3      2      2      3      x      2
--R      a log(x - a ) + 2x acoth(-) + a x
--R                                 a
--R (2) -----
--R                                 6
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 100
cc:=aa-bb
--R
--R      3      x + a      3      x
--R      x log(-----) - 2x acoth(-)
--R             x - a      a
--R (3) -----
--R                                 6
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 101
acothrule:=rule(acoth(x) == 1/2*log((x+1)/(x-1)))
--R

```

```

--R          x + 1
--R      log(-----)
--R          x - 1
--R (4)  acoth(x) == -----
--R                    2
--R                                     Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 102      14:663 Schaums and Axiom agree
dd:=acothrule cc
--R
--R (5)  0
--R
--R                                     Type: Expression Integer
--E

```

19 [1]:14.664 $\int \frac{\coth^{-1}(x/a)}{x} dx$

$$\int \frac{\coth^{-1}(x/a)}{x} = -\left(\frac{a}{x} + \frac{(a/x)^3}{3^2} + \frac{(a/x)^5}{5^2} + \dots\right)$$

```

(*)+≡
)clear all

```

```

--S 103      14:664 Axiom cannot compute this integral
aa:=integrate(acoth(x/a)/x,x)
--R
--R
--R          %P
--R      x acoth(--)
--R      ++      a
--R (1)  | ----- d%P
--R      ++      %P
--R
--R                                     Type: Union(Expression Integer,...)
--E

```

20 [1]:14.665 $\int \frac{\coth^{-1}(x/a)}{x^2} dx$

$$\int \frac{\coth^{-1}(x/a)}{x^2} = -\frac{\coth^{-1}(x/a)}{x} + \frac{1}{2a} \ln\left(\frac{x^2}{x^2 - a^2}\right)$$

```
(*)+=
)clear all
```

```
--S 104
```

```
aa:=integrate(acoath(x/a)/x^2,x)
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R      2      2      x + a
--R      - x log(x  - a ) + 2x log(x) - a log(-----)
--R                                         x - a
```

```
--R (1) -----
--R                               2a x
```

```
Type: Union(Expression Integer,...)
```

```
--E
```

```
--S 105
```

```
bb:=-acoath(x/a)/x+1/(2*a)*log(x^2/(x^2-a^2))
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R      2      x      x
--R      x log(-----) - 2a acoth(-)
--R      2      2      a
--R      x  - a
```

```
--R (2) -----
--R                               2a x
```

```
Type: Expression Integer
```

```
--E
```

```
--S 106
```

```
cc:=aa-bb
```

```
--R
```

```
--R (3)
```

```
--R
```

```
--R      2      2      x + a      2      x      x
--R      - x log(x  - a ) + 2x log(x) - a log(-----) - x log(-----) + 2a acoth(-)
--R                                         x - a      2      2      a
--R                                         x  - a
```

```
--R -----
--R                               2a x
```

```
Type: Expression Integer
```

```
--R
```

```

--E
--S 107
acothrule:=rule(acoth(x) == 1/2*log((x+1)/(x-1)))
--R
--R          x + 1
--R      log(-----)
--R          x - 1
--R (4)  acoth(x) == -----
--R                    2
--R                                     Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 108
dd:=acothrule cc
--R
--R
--R          2
--R          x
--R      - log(x2 - a2) + 2log(x) - log(-----)
--R                                     2 2
--R                                     x - a
--R (5) -----
--R                    2a
--R
--R                                     Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 109    14:665 Schaums and Axiom agree
ee:=expandLog dd
--R
--R (6)  0
--R
--R                                     Type: Expression Integer
--E

```

21 [1]:14.666 $\int \operatorname{sech}^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int \operatorname{sech}^{-1} \frac{x}{a} = \begin{cases} x \operatorname{sech}^{-1}(x/a) + a \sin^{-1}(x/a), & \operatorname{sech}^{-1}(x/a) > 0 \\ x \operatorname{sech}^{-1}(x/a) - a \sin^{-1}(x/a), & \operatorname{sech}^{-1}(x/a) < 0 \end{cases}$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 110
aa:=integrate(asech(x/a),x)
--R
--R
--R
--R          +-----+          +-----+
--R          |  2  2          |  2  2
--R          \|- x  + a  + a          \|- x  + a  - a
--R  (1)  x log(-----) - 2a atan(-----)
--R                      x                      x
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 111
bb1:=x*asech(x/a)+a*asin(x/a)
--R
--R
--R          x          x
--R  (2)  a asin(-) + x asech(-)
--R          a          a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 112
bb2:=x*asech(x/a)-a*asin(x/a)
--R
--R
--R          x          x
--R  (3)  - a asin(-) + x asech(-)
--R          a          a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 113
cc1:=aa-bb1
--R
--R
--R  (4)
--R          +-----+          +-----+
--R          |  2  2          |  2  2

```

```

--R          \|- x + a + a          \|- x + a - a          x          x
--R  x log(-----) - 2a atan(-----) - a asin(-) - x asech(-)
--R          x          x          a          a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 114
cc2:=aa-bb2

```

```

--R  (5)
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2 2          | 2 2
--R          \|- x + a + a          \|- x + a - a          x          x
--R  x log(-----) - 2a atan(-----) + a asin(-) - x asech(-)
--R          x          x          a          a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 115
asechrule:=rule(asech(x) == log(1/x+sqrt(1/x^2-1)))

```

```

--R
--R          +-----+
--R          | 2
--R          \|- x + 1
--R  x |----- + 1
--R          | 2
--R          \|- x
--R  (6) asech(x) == log(-----)
--R          x
--R
--R                                          Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 116
dd1:=asechrule cc1

```

```

--R  (7)
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2 2          | 2 2
--R          \|- x + a          \|- x + a + a
--R  x |----- + a          + x log(-----)
--R          | 2          | 2 2
--R          \|- x          \|- x + a + a
--R  - x log(-----) + x log(-----)
--R          x          x
--R
--R  +
--R          +-----+

```

```

--R          | 2 2
--R        \|- x + a - a      x
--R    - 2a atan(-----) - a asin(-)
--R                  x          a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 117
asinrule:=rule(asin(x) == %i*log(-%i*x+sqrt(1-x^2)))
--R
--R          +-----+
--R          | 2
--R    (8) asin(x) == %i log(\|- x + 1 - %i x)
--R          Type: RewriteRule(Integer,Complex Integer,Expression Complex Integer)
--E

```

```

--S 118
ee1:=asinrule dd1
--R
--R    (9)
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2 2          | 2 2
--R          \|- x + a      \|- x + a
--R          x |-----+ a      a |-----+ - %i x
--R          | 2          | 2
--R          \|- x          \|- a
--R    - x log(-----) - %i a log(-----)
--R              x          a
--R  +
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2 2          | 2 2
--R          \|- x + a + a      \|- x + a - a
--R    x log(-----) - 2a atan(-----)
--R              x          x
--R
--R                                          Type: Expression Complex Integer
--E

```

```

--S 119
atanrule:=rule(atan(x) == -%i/2*log((1+%i*x)/(1-%i*x)))
--R
--R          - x + %i
--R          %i log(-----)
--R                  x + %i
--R    (10) atan(x) == - -----
--R                        2
--R          Type: RewriteRule(Integer,Complex Integer,Expression Complex Integer)

```

--E

--S 120

ff1:=atanrule ee1

--R

--R (11)

$$\begin{aligned}
& -x \log\left(\frac{\sqrt{-x^2+a^2}}{x}\right) - \%i a \log\left(\frac{\sqrt{-x^2+a^2}}{a} - \%i x\right) \\
& + \\
& x \log\left(\frac{\sqrt{-x^2+a^2} + a}{x}\right) + \%i a \log\left(\frac{\sqrt{-x^2+a^2} + \%i x + a}{\sqrt{-x^2+a^2} + \%i x - a}\right)
\end{aligned}$$

Type: Expression Complex Integer

--S 121

gg1:=expandLog ff1

--R

--R (12)

$$\begin{aligned}
& -x \log\left(x \frac{\sqrt{-x^2+a^2}}{\sqrt{x}} + a\right) - \%i a \log\left(a \frac{\sqrt{-x^2+a^2}}{\sqrt{a}} - \%i x\right) \\
& + \\
& - \%i a \log\left(\sqrt{-x^2+a^2} + \%i x - a\right) + x \log\left(\sqrt{-x^2+a^2} + a\right) \\
& + \\
& \%i a \log\left(\sqrt{-x^2+a^2} - \%i x - a\right) + \%i a \log(a) + \%i a \log(-1)
\end{aligned}$$

Type: Expression Complex Integer


```

--S 122
hh1:=rootSimp gg1
--R
--R (13)
--R          +-----+
--R          | 2    2
--R - %i a log(%i\|x  - a  + %i x - a) - %i a log(%i\|x  - a  - %i x)
--R +
--R          +-----+
--R          | 2    2
--R %i a log(%i\|x  - a  - %i x - a) + %i a log(a) + %i a log(- 1)
--R
--R                                          Type: Expression Complex Integer
--E

```

```

--S 123    14:666 Schaums and Axiom agree
ii1:=complexNormalize hh1
--R
--R (14)  0
--R
--R                                          Type: Expression Complex Integer
--E

```

Note that Axiom has a built-in assumption about the sign of $\operatorname{asech}(x/a)$. We can see this if we simplify the $cc2$ value and show that it differs by a complex value of x .

```

(*)+≡
--S 124
dd2:=asechrule cc2
--R
--R (15)
--R      +-----+
--R      | 2 2
--R      |- x + a
--R      x |-----+ a
--R      | 2
--R      \| x
--R      - x log(-----) + x log(-----)
--R                                 x
--R
--R      +-----+
--R      | 2 2
--R      |- x + a - a
--R      - 2a atan(-----) + a asin(-)
--R                                 x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 125
ee2:=asinrule dd2
--R
--R (16)
--R      +-----+
--R      | 2 2
--R      |- x + a
--R      x |-----+ a
--R      | 2
--R      \| x
--R      - x log(-----) + %i a log(-----)
--R                                 x
--R
--R      +-----+
--R      | 2 2
--R      |- x + a
--R      a |----- - %i x
--R      | 2
--R      \| a
--R
--R      +-----+
--R      | 2 2
--R      |- x + a + a
--R      x log(-----) - 2a atan(-----)
--R                                 x
--R
--R                                          Type: Expression Complex Integer
--E

```

```

--S 126
ff2:=atanrule ee2
--R
--R (17)
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2 2          | 2 2
--R          |- x + a      |- x + a
--R          x |-----+ a      a |-----+ - %i x
--R          | 2          | 2
--R          \| x          \| a
--R - x log(-----) + %i a log(-----)
--R          x          a
--R +
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2 2          | 2 2
--R          \|- x + a + a      - \|- x + a + %i x + a
--R x log(-----) + %i a log(-----)
--R          x
--R          +-----+
--R          | 2 2
--R          \|- x + a + %i x - a
--R                                          Type: Expression Complex Integer
--E

```

```

--S 127
gg2:=expandLog ff2
--R
--R (18)
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2 2          | 2 2
--R          |- x + a      |- x + a
--R - x log(x |-----+ a) + %i a log(a |-----+ - %i x)
--R          | 2          | 2
--R          \| x          \| a
--R +
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2 2          | 2 2
--R - %i a log(\|- x + a + %i x - a) + x log(\|- x + a + a)
--R +
--R          +-----+
--R          | 2 2
--R %i a log(\|- x + a - %i x - a) - %i a log(a) + %i a log(- 1)
--R                                          Type: Expression Complex Integer
--E

```

```

--S 128

```

```

hh2:=rootSimp gg2
--R
--R (19)
--R          +-----+
--R          | 2    2
--R - %i a log(%i\|x - a + %i x - a) + %i a log(%i\|x - a - %i x)
--R +
--R          +-----+
--R          | 2    2
--R %i a log(%i\|x - a - %i x - a) - %i a log(a) + %i a log(- 1)
--R
--R                                          Type: Expression Complex Integer
--E

```

```

--S 129
ii2:=complexNormalize hh2
--R
--R          +-----+
--R          | 2    2
--R (20) 2%i a log(%i\|x - a - %i x) - 2%i a log(a)
--R
--R                                          Type: Expression Complex Integer
--E

```

Thus we can conjecture that solutions that show up with x in only the imaginary part do so when the assumption of the sign of an inverse function differs.

22 [1]:14.667 $\int x \operatorname{sech}^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int x \operatorname{sech}^{-1} \frac{x}{a} = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 \operatorname{sech}^{-1}(x/a) - \frac{1}{2}a\sqrt{a^2 - x^2}, & \operatorname{sech}^{-1}(x/a) > 0 \\ \frac{1}{2}x^2 \operatorname{sech}^{-1}(x/a) + \frac{1}{2}a\sqrt{a^2 - x^2}, & \operatorname{sech}^{-1}(x/a) < 0 \end{cases}$$

`<*>+=`
`)clear all`

--S 130

`aa:=integrate(x*asech(x/a),x)`

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

$$(1) \frac{(x \sqrt{-x^2 + a^2} - a x) \log\left(\frac{\sqrt{-x^2 + a^2} + a}{x}\right) + a x^2}{2 \sqrt{-x^2 + a^2} - 2a}$$

Type: Union(Expression Integer,...)

--S 131

`bb1:=1/2*x^2*asech(x/a)-1/2*a*sqrt(a^2-x^2)`

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

Type: Expression Integer

--S 132

`bb2:=1/2*x^2*asech(x/a)+1/2*a*sqrt(a^2-x^2)`

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

```

--R          +-----+
--R          | 2 2 2 x
--R          a\|- x + a + x asech(-)
--R          a
--R (3) -----
--R          2
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 133
cc1:=aa-bb1
--R
--R          +-----+
--R          | 2 2
--R          2 \|- x + a + a 2 x 2
--R          x log(-----) - x asech(-) - a
--R          x a
--R (4) -----
--R          2
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 134
cc2:=aa-bb2
--R
--R (5)
--R          +-----+
--R          | 2 2
--R          2 \|- x + a + a
--R          (x \|- x + a - a x )log(-----)
--R          x
--R
--R          +
--R          +-----+
--R          | 2 2 2 x 2 3
--R          (- x asech(-) + a )\|- x + a + a x asech(-) + 2a x - a
--R          a a
--R
--R          /
--R          +-----+
--R          | 2 2
--R          2\|- x + a - 2a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 135
asechrule:=rule(asech(x) == log(1/x+sqrt(1/x^2-1)))
--R

```

```

--R
--R          +-----+
--R          |  2
--R          |- x  + 1
--R          x |-----+ 1
--R          |  2
--R          \||  x
--R (6) asech(x) == log(-----)
--R                          x
--R                               Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

--S 136

dd1:=asechrule cc1

```

--R
--R          +-----+
--R          |  2  2
--R          |- x  + a
--R          x |-----+ a
--R          |  2
--R          \||  x
--R          2
--R          - x log(-----) + x log(-----) - a
--R                          x
--R (7) -----
--R                          2
--R
--R                               Type: Expression Integer
--E

```

--S 137

ee1:=expandLog dd1

```

--R
--R          +-----+
--R          |  2  2
--R          |- x  + a
--R          2
--R          - x log(x |-----+ a) + x log(\||- x  + a  + a) - a
--R          |  2
--R          \||  x
--R (8) -----
--R                          2
--R
--R                               Type: Expression Integer
--E

```

--S 138 14:667 Schaums and Axiom differ by a constant

ff1:=rootSimp ee1

```

--R
--R          2
--R          a

```

```

--R (9) - --
--R      2
--R
--E

```

Type: Expression Integer

23 [1]:14.668 $\int \frac{\operatorname{sech}^{-1}(x/a)}{x} dx$

$$\int \frac{\operatorname{sech}^{-1}(x/a)}{x} = \begin{cases} -\frac{1}{2} \ln(a/x) \ln(4a/x) - \frac{(x/a)^2}{2 \cdot 2 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 3(x/a)^4}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4} - \dots, & \operatorname{sech}^{-1}(x/a) > 0 \\ \frac{1}{2} \ln(a/x) \ln(4a/x) + \frac{(x/a)^2}{2 \cdot 2 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 3(x/a)^4}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4} + \dots, & \operatorname{sech}^{-1}(x/a) < 0 \end{cases}$$

This is an interesting result since Axiom gives a closed form solution to the problem but Schaums gives a series solution.

```

(*)+≡
)clear all

```

```

--S 139 14:668 Axiom cannot compute this integral

```

```

aa:=integrate(asech(x/a)/x,x)

```

```

--R

```

```

--R

```

```

--I      %P
--R      x asech(--
--R      ++      a

```

```

--I (1) | ----- d%P
--I      ++      %P

```

```

--R

```

```

--R

```

```

--E

```

Type: Union(Expression Integer,...)

24 [1]:14.669 $\int \operatorname{csch}^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int \operatorname{csch}^{-1} \frac{x}{a} = x \operatorname{csch}^{-1} \frac{x}{a} \pm a \operatorname{sinh}^{-1} \frac{x}{a} \quad + \text{if } x > 0, -\text{if } x < 0$$

```

(*)+=
)clear all

--S 140
aa:=integrate(acsch(x/a),x)
--R
--R
--R                                     +-----+
--R                                     | 2   2
--R                                     \|x  + a  + a
--R      +-----+
--R      | 2   2
--R      - a log(\|x  + a  - x) + x log(-----)
--R                                     x
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 141
bb1:=x*acsch(x/a)+a*asinh(x/a)
--R
--R      x      x
--R      a asinh(-) + x acsch(-)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 142
bb2:=x*acsch(x/a)-a*asinh(x/a)
--R
--R      x      x
--R      - a asinh(-) + x acsch(-)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 143
cc1:=aa-bb1
--R
--R      (4)
--R
--R      +-----+
--R      | 2   2
--R      \|x  + a  + a
--R
--R      x      x

```

```

--R      - a log(\|x  + a  - x) + x log(-----) - a asinh(-) - x acsch(-)
--R                                  x                                a          a
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 144      14:669 Axiom cannot simplify these expressions
cc2:=aa-bb2

```

```

--R
--R      (5)
--R
--R                                  +-----+
--R                                  | 2    2
--R      +-----+                    \|x  + a  + a          x          x
--R      | 2    2                    +-----+          a          a
--R      - a log(\|x  + a  - x) + x log(-----) + a asinh(-) - x acsch(-)
--R                                  x
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

25 [1]:14.670 $\int x \operatorname{csch}^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int x \operatorname{csch}^{-1} \frac{x}{a} = \frac{x^2}{2} \operatorname{csch}^{-1} \frac{x}{a} \pm \frac{a\sqrt{x^2+a^2}}{2} \quad \text{+if } x > 0, \text{-if } x < 0$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 145
aa:=integrate(x*acsch(x/a),x)
--R
--R
--R
--R          +-----+
--R          | 2 2
--R          +-----+
--R          2 | 2 2 3 \ |x + a + a +-----+
--R          (x \|x + a - x )log(-----) - a x\|x + a + a x + a
--R                                 x
--R (1) -----
--R                                 +-----+
--R                                 | 2 2
--R                                 2\|x + a - 2x
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 146
bb1:=x^2/2*acsch(x/a)+(a*sqrt(x^2+a^2))/2
--R
--R
--R          +-----+
--R          | 2 2 2 x
--R          a\|x + a + x acsch(-)
--R                                 a
--R (2) -----
--R                                 2
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 147
bb2:=x^2/2*acsch(x/a)-(a*sqrt(x^2+a^2))/2
--R
--R
--R          +-----+
--R          | 2 2 2 x
--R          - a\|x + a + x acsch(-)
--R                                 a
--R (3) -----
--R                                 2

```

--R Type: Expression Integer
 --E

--S 148
 cc1:=aa-bb1

--R

$$(4) \frac{x^2 \log\left(\frac{\sqrt{x^2 + a^2} + a}{x}\right) - x \operatorname{acsch}\left(\frac{x}{a}\right)}{2}$$

--R

Type: Expression Integer

--E

--S 149 14:670 Axiom cannot simplify these expressions

cc2:=aa-bb2

--R

--R (5)

$$\frac{(x^2 \sqrt{x^2 + a^2} - x^3) \log\left(\frac{\sqrt{x^2 + a^2} + a}{x}\right) + (-x \operatorname{acsch}\left(\frac{x}{a}\right) - 2ax) \sqrt{x^2 + a^2} + x^3 \operatorname{acsch}\left(\frac{x}{a}\right) + 2ax^2 + 2a^3}{2\sqrt{x^2 + a^2} - 2x}$$

--R

Type: Expression Integer

--E

26 [1]:14.671 $\int \frac{\operatorname{csch}^{-1}(x/a)}{x} dx$

$$\int \frac{\operatorname{csch}^{-1}(x/a)}{x} = \begin{cases} \frac{1}{2} \ln(x/a) \ln(4a/x) + \frac{1(x/a)^2}{2 \cdot 2 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 3(x/a)^4}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4} + \dots & 0 < x < a \\ \frac{1}{2} \ln(-x/a) \ln(-x/4a) - \frac{(x/a)^2}{2 \cdot 2 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 3(x/a)^4}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4} - \dots & -a < x < 0 \\ -\frac{a}{x} + \frac{(a/x)^3}{2 \cdot 3 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 3(a/x)^5}{2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5} + \dots & |x| > a \end{cases}$$

Schaums gives 3 different series expansions for this integral but Axiom has computed a closed form.

```

(*)+≡
)clear all

--S 150 14:671 Axiom cannot compute this integral
aa:=integrate(acsch(x/a)/x,x)
--R
--R
--I
--R          %P
--R      x acsch(--)
--R      ++      a
--I (1) | ----- d%P
--I      ++      %P
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

```

27 [1]:14.672 $\int x^m \sinh^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int x^m \sinh^{-1} \frac{x}{a} = \frac{x^{m+1}}{m+1} \sinh^{-1} \frac{x}{a} - \frac{1}{m+1} \int \frac{x^{m+1}}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

`<*>+≡
)clear all`

```
--S 151 14:672 Axiom cannot compute this integral
aa:=integrate(x^m*asinh(x/a),x)
--R
--R
--R      x
--R      ++      %P  m
--R      (1) |  asinh(--)%P d%P
--R      ++      a
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E
```

28 [1]:14.673 $\int x^m \cosh^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int x^m \cosh^{-1} \frac{x}{a} = \begin{cases} \frac{x^{m+1}}{m+1} \cosh^{-1} \frac{x}{a} - \frac{1}{m+1} \int \frac{x^{m+1}}{\sqrt{x^2 - a^2}}, & \cosh^{-1}(x/a) > 0 \\ \frac{x^{m+1}}{m+1} \cosh^{-1} \frac{x}{a} + \frac{1}{m+1} \int \frac{x^{m+1}}{\sqrt{x^2 - a^2}}, & \cosh^{-1}(x/a) < 0 \end{cases}$$

`<*>+≡
)clear all`

```
--S 152 14:673 Axiom cannot compute this integral
aa:=integrate(x^m*acosh(x/a),x)
--R
--R
--R      x
--R      ++      %P  m
--R      (1) |  acosh(--)%P d%P
--R      ++      a
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E
```

29 [1]:14.674 $\int x^m \tanh^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int x^m \tanh^{-1} \frac{x}{a} = \frac{x^{m+1}}{m+1} \tanh^{-1} \frac{x}{a} - \frac{a}{m+1} \int \frac{x^{m+1}}{a^2 - x^2}$$

<*)+≡

)clear all

--S 153 14:674 Axiom cannot compute this integral

aa:=integrate(x^m*atanh(x/a),x)

--R

--R

--R

--I

--I

--R

--R

--E

30 [1]:14.675 $\int x^m \coth^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int x^m \coth^{-1} \frac{x}{a} = \frac{x^{m+1}}{m+1} \coth^{-1} \frac{x}{a} - \frac{a}{m+1} \int \frac{x^{m+1}}{a^2 - x^2}$$

<*)+≡

)clear all

--S 154 14:675 Axiom cannot compute this integral

aa:=integrate(x^m*acoth(x/a),x)

--R

--R

--R

--I

--I

--R

--R

--E

Type: Union(Expression Integer,...)

Type: Union(Expression Integer,...)

31 [1]:14.676 $\int x^m \operatorname{sech}^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int x^m \operatorname{sech}^{-1} \frac{x}{a} = \begin{cases} \frac{x^{m+1}}{m+1} \operatorname{sech}^{-1} \frac{x}{a} + \frac{a}{m+1} \int \frac{x^m}{\sqrt{a^2 - x^2}} & \operatorname{sech}^{-1}(x/a) > 0 \\ \frac{x^{m+1}}{m+1} \operatorname{sech}^{-1} \frac{x}{a} - \frac{a}{m+1} \int \frac{x^m}{\sqrt{a^2 - x^2}} & \operatorname{sech}^{-1}(x/a) < 0 \end{cases}$$

`<*>+≡
)clear all`

`--S 155 14:676 Axiom cannot compute this integral`

`aa:=integrate(x^m*asech(x/a),x)`

`--R`

`--R`

`--R`

`--I (1) |
--I ++ a
--R ++ a`

`Type: Union(Expression Integer,...)`

`--R`

`--E`

32 [1]:14.677 $\int x^m \operatorname{csch}^{-1} \frac{x}{a} dx$

$$\int x^m \operatorname{csch}^{-1} \frac{x}{a} = \frac{x^{m+1}}{m+1} \operatorname{csch}^{-1} \frac{x}{a} \pm \frac{a}{m+1} \int \frac{x^m}{\sqrt{x^2 + a^2}} \quad \text{+ if } x > 0 \text{ - if } x < 0$$

`<*>+≡
)clear all`

`--S 156 14:677 Axiom cannot compute this integral`

`aa:=integrate(x^m*acsch(x/a),x)`

`--R`

`--R`

`--R`

`--I (1) |
--I ++ a
--R ++ a`

`Type: Union(Expression Integer,...)`

`--R`

`--E`

`)spool`

`)lisp (bye)`

References

- [1] Spiegel, Murray R. *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*
Schaum's Outline Series McGraw-Hill 1968 pp92-93